

УДК 621.3(075.8)

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК И КОНСТРУИРОВАНИЕ ПРОСТЫХ СХЕМ АКТИВНЫХ ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ

М.П. ТИЛИЧЕНКО, Д.В. КОМНАТНЫЙ*Учреждение образования “Гомельский государственный технический университет имени П.О.Сухого”, Республика Беларусь*

Введение

Электрические частотные фильтры широко применяются для подавления помех в цепях связи и управления, частотного разделения каналов связи и других нужд. Для повышения функциональных характеристик электрических фильтров используется их реализация на базе интегральных операционных усилителей (активные фильтры). Расчет передаточных характеристик таких устройств осуществляется методами теории цепей с зависимыми источниками [1], а синтез – методами аппроксимации амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) идеального фильтра различными полиномами [2]. Получение решения этими методами сопряжено со значительными затратами труда. С другой стороны в практике разработки электронных устройств и в учебном процессе широко применяются простые схемы фильтров [3, 4], для анализа и синтеза которых желательны доступные методы, сохраняющие достаточную практическую точность. В учебной литературе [3] и в руководствах по электронике [4] такие методы отражены недостаточно, что вызывает затруднения в практике проектирования и при организации практически ориентированного обучения студентов, особенно технологических и машиностроительных специальностей.

Постановка задачи

В связи с указанными обстоятельствами в настоящей статье поставлены задачи

- выполнить анализ работы активного фильтра нижних частот (ФНЧ), фильтра высших частот (ФВЧ), полосового частотного фильтра (ПЧФ) и заграждающего частотного фильтра (ЗЧФ); получить аналитические выражения для амплитудно-частотной и фазо-частотной (ФЧХ) характеристик фильтров в зависимости от параметров элементов цепей фильтров наименее затратным методом;
- получить соотношения для упрощенного синтеза этих фильтров;
- выполнить экспериментальную проверку полученных результатов.

Анализ работы простых активных RC фильтров

На рис.1 приведена схема активного фильтра нижних частот (АФНЧ), содержащая частотно-избирательную пассивную RC -цепь второго порядка и усилитель.

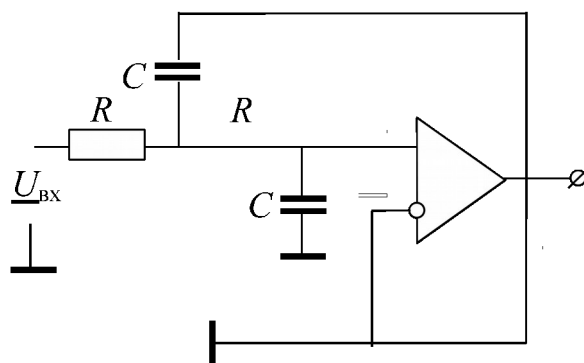


Рис.1. Схема активного ФНЧ на основе неинвертирующего усилителя

Получим выражение для комплексного коэффициента передачи $\underline{K}_{\text{АФНЧ}} = \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{\underline{U}_{\text{ВХ}}}$. Приближенно предполагается идеальность интегрального операционного усилителя DA1. При этом входное сопротивление усилителя $R_{\text{ВХ}} \rightarrow \infty$, выходное $R_{\text{ВЫХ}} \rightarrow 0$, а собственный коэффициент усиления $K_{\text{иоу}} \rightarrow \infty$ [3].

Поскольку на дифференциальном входе интегрального операционного усилителя действует разность напряжений $\underline{\Delta U} = \underline{U}_{\Phi}^- - \underline{U}_{\Phi}^+$ и $\underline{\Delta U} = \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{K_{\text{иоу}}} \rightarrow 0$, то

$$\underline{U}_{\Phi}^+ = \underline{U}_{\Phi}^- . \quad (1)$$

Из схемы рис.1 следует, что

$$\underline{U}_{\Phi}^- = \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{R_1 + R_2} R_1 = \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{K_y} , \quad (2)$$

где $K_y = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ – коэффициент усиления неинвертирующего усилителя [3].

Величину напряжения \underline{U}_{Φ}^+ на неинвертирующем входе усилителя будем определять методом суперпозиции, считая, что операционный усилитель работает в линейном режиме

$$\underline{U}_{\Phi}^+ = \underline{U}_{\Phi 1}^+ + \underline{U}_{\Phi 2}^+ , \quad (3)$$

где $\underline{U}_{\Phi 1}^+$ – составляющая, обусловленная передачей сигнала со стороны входа фильтра;

$\underline{U}_{\Phi 2}^+$ – составляющая, обусловленная передачей сигнала с выхода усилителя.

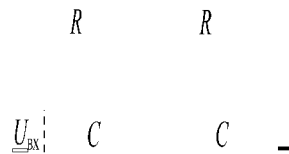


Рис. 2. Схема пассивного ФНЧ второго порядка RC-типа

Составляющую $\underline{U}_{\Phi 1}^+$ находим по схеме рис.2. на основании соотношений для пассивных RC цепей из [2] и [5]

$$\underline{U}_{\Phi 1}^+ = \frac{\underline{U}_{\text{ВХ}}}{(1 - \Omega^2) + j3\Omega} , \quad (4)$$

где $\Omega = \omega RC$.

Составляющую $\underline{U}_{\Phi 2}^+$ находим по схеме рис.3.

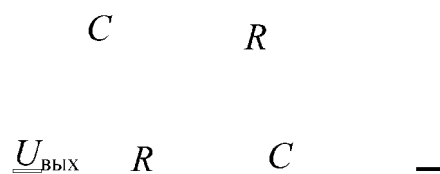


Рис.3. Схема цепи положительной обратной связи АФНЧ

Из рис. 3 на основании [2] и [5]

$$\underline{U}_{\Phi 2}^{+} = \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{3 + j(\Omega - 1/\Omega)}. \quad (5)$$

Подставляя выражения (2), (4), (5) в (3) и (1), получим

$$\left(\frac{\underline{U}_{\text{ВХ}}}{1 - \Omega^2} \right) + \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{3 + j(\Omega - 1/\Omega)} = \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{K_y}. \quad (6)$$

Из (6) находим выражение для комплексного коэффициента передачи активного фильтра нижних частот

$$\underline{K}_{\text{АФНЧ}} = \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{\underline{U}_{\text{ВХ}}} = -j \frac{K_y}{(3 - K_y)\Omega + j(\Omega^2 - 1)}. \quad (7)$$

Путем представления (7) в показательной форме можно вывести аналитические выражения для АЧХ и ФЧХ фильтра нижних частот

$$K_{\text{АФНЧ}} = |\underline{K}_{\text{АФНЧ}}| = \frac{K_y}{\sqrt{(3 - K_y)^2 \Omega^2 + (\Omega^2 - 1)^2}}, \quad (8)$$

$$\varphi_{\text{АФНЧ}} = \arctg \left[\frac{(3 - K_y)\Omega}{\Omega^2 - 1} \right]. \quad (9)$$

Из (8) следует, что функция $K_{\text{АФНЧ}}(\Omega)$ имеет максимум, отвечающий $\Omega = 0$. При этом $K_{\text{max}} = K_y$. Формула (8) также показывает, что коэффициент усиления K_y неинвертирующего усилителя должен быть меньше 3 иначе фильтр будет самовозбуждаться [3]. Из (2) выводится, что это условие эквивалентно неравенству $R_2 < 2R_1$.

Из уравнения $\frac{K_y}{\sqrt{2}} = \frac{K_y}{\sqrt{(3 - K_y)^2 \Omega^2 + (\Omega^2 - 1)^2}}$, которое следует из определения частоты среза [3], находим выражение для частоты среза АФНЧ

$$f_c = \frac{\sqrt{\sqrt{K_0^2 + 1} - K_0}}{2\pi RC}, \text{ где } K_0 = \frac{(3 - K_y)^2 - 2}{2}. \quad (10)$$

Выражение (10) совпадает с применяемым в [3] соотношением $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ только для $K_y = 1,5857$. При этом значении K_y числитель в (10) равен 1.

На рис.4 приведена схема активного фильтра верхних частот (АФВЧ), которая отличается от схемы рис. 1 перестановкой местами R и C -элементов.

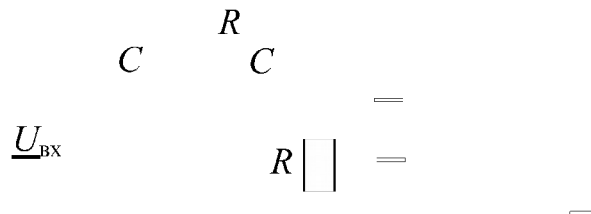


Рис. 4. Схема активного ФВЧ на основе неинвертирующего усилителя

Из рис. 4 следует, что \underline{U}_{Φ}^{-} можно найти по формуле (2).

Составляющую $\underline{U}_{\Phi 1}^{+}$ находим по схеме пассивного ФВЧ на рис. 5 и формул для анализа этой схемы из [2] и [5]

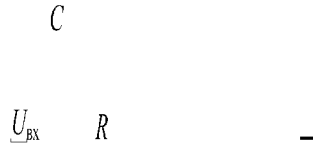


Рис. 5. Схема пассивного ФВЧ второго порядка RC -типа

$$\underline{U}_{\Phi 1}^+ = \frac{\Omega^2 \underline{U}_{\text{ВХ}}}{(\Omega^2 - 1) - j3\Omega}. \quad (11)$$

Составляющую $\underline{U}_{\Phi 2}^+$ найдем, используя рис.6

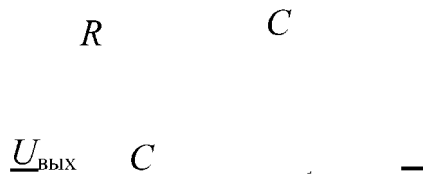


Рис.6. Схема цепи положительной обратной связи для АФВЧ
Анализ схемы рис.6 по [5] показывает, что

$$\underline{U}_{\Phi 2}^+ = \frac{\Omega \underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{3\Omega + j(\Omega^2 - 1)}. \quad (12)$$

Подставляя правые части выражений (2), (11), (12) в (3) и (1), получим

$$\frac{\underline{U}_{\text{ВХ}}}{\left(1 - \frac{1}{\Omega^2}\right) - j\frac{3}{\Omega}} + \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{3 + j\left(\Omega - \frac{1}{\Omega}\right)} = \frac{\underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{K_y}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что

$$K_{\text{АФВЧ}} = -j \frac{K_y \Omega^2}{(3 - K_y)\Omega + j(\Omega^2 - 1)}. \quad (14)$$

Тогда,

$$K_{\text{АФВЧ}} = \frac{K_y \Omega^2}{\sqrt{(3 - K_y)^2 \Omega^2 + (\Omega^2 - 1)^2}}. \quad (15)$$

$$\varphi_{\text{АФВЧ}} = \arctg \left[\frac{(3 - K_y)\Omega}{\Omega^2 - 1} \right]. \quad (16)$$

Из (15) получается, что функция $K_{\text{АФВЧ}}$ имеет максимум $K_{\text{max}} = K_y = 1 + R_2/R_1$ при $\Omega \rightarrow \infty$. При этом, как и для АФНЧ, величина K_y должна быть меньше трех (что обеспечивает неравенство $R_2 < 2R_1$) для предотвращения режима самовозбуждения фильтра.

Решая уравнение $\frac{K_y}{\sqrt{2}} = \frac{K_y \Omega_c^2}{\sqrt{(3 - K_y)^2 \Omega_c^2 + (\Omega_c^2 - 1)^2}}$, получим формулу частоты среза АФВЧ

$$f_c = \frac{\sqrt{\sqrt{K_0^2 + 1} + K_0}}{2\pi RC}. \quad (17)$$

В (17) K_0 определяется так же, как в (10). Числитель формулы (17) равен 1 только для $K_y = 1,5857$, как и в случае АФНЧ [3]. Действительно, при этом $K_0 = \frac{(3 - K_y)^2 - 2}{2} = 0$.

На рис.7 приведена схема активного фильтра промежуточной частоты (АПЧФ), реализуемая на основе неинвертирующего усилителя и частотно-избирательной RC-цепи

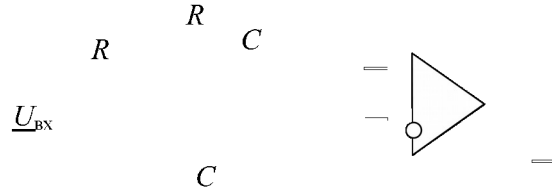


Рис.7. Схема активного ПЧФ на основе неинвертирующего усилителя
Схема рис 7 показывает, что \underline{U}_{Φ}^- можно вычислить по соотношению (2).

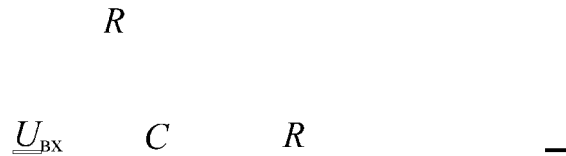


Рис.8. Схема пассивного ПЧФ с узкой полосой пропускания
По схеме рис.8 находим $\underline{U}_{\Phi 1}^+$ и $\underline{U}_{\Phi 2}^+$

$$\underline{U}_{\Phi 1}^+ = \frac{\Omega \underline{U}_{\text{ВХ}}}{3\Omega + j(\Omega^2 - 1)}; \quad \underline{U}_{\Phi 2}^+ = \frac{\Omega \underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{3\Omega + j(\Omega^2 - 1)} \quad (18)$$

Решая уравнение (3) с учетом (2) и (18), находим

$$\underline{K}_{\text{АПЧФ}} = \frac{K_y \Omega}{(3 - K_y)\Omega + j(\Omega^2 - 1)}; \quad (19)$$

$$K_{\text{АПЧФ}} = \frac{K_y \Omega}{\sqrt{(3 - K_y)^2 \Omega^2 + (\Omega^2 - 1)^2}}; \quad (20)$$

$$\varphi_{\text{АПЧФ}} = -\arctg \left[\frac{\Omega^2 - 1}{(3 - K_y)\Omega} \right]. \quad (21)$$

Из (20) следует, что функция $K_{\text{АПЧФ}}(\Omega)$ имеет максимум на частоте $\omega_0 = \frac{1}{RC}$, ($\Omega = 1$).

При этом

$$K_{\text{max}} = \frac{K_y}{3 - K_y}. \quad (22)$$

Из (22) получается, что устойчивая работа этого типа фильтра будет обеспечена при условии $K_y < 3$.

На рис.9 приведена схема активного заграждающего частотного фильтра (АЗЧФ) на основе неинвертирующего усилителя на микросхеме DA1

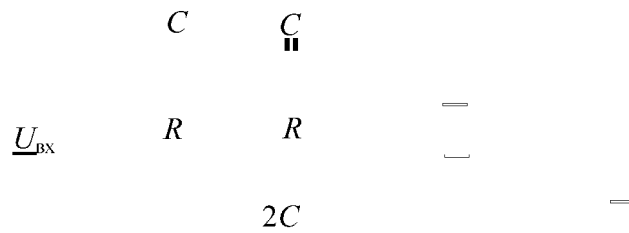


Рис.9. Схема активного ЗЧФ на основе неинвертирующего усилителя
Из схемы рис.9 следует, что \underline{U}_{Φ}^- можно найти по формуле (2).

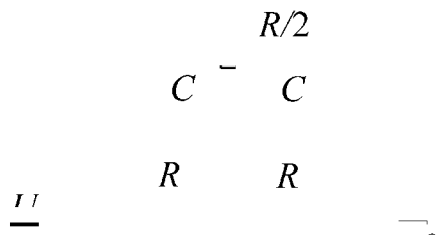


Рис.10. Схема пассивного заграждающего фильтра

Из схемы рис. 10 находим, используя [2] и [5],

$$\underline{U}_{\Phi 1}^+ = \frac{(1 - \Omega^2) \underline{U}_{\text{ВХ}}}{(1 - \Omega^2) + j4\Omega}. \quad (23)$$

По рис.11 рассчитывается $\underline{U}_{\Phi 2}^+$ на основании тех же источников



Рис.11. Схема для определения $\underline{U}_{\Phi 2}^+$ в АЗЧФ

$$\underline{U}_{\Phi 2}^+ = j \frac{2\Omega \underline{U}_{\text{ВЫХ}}}{(1 - \Omega^2) + j4\Omega}. \quad (24)$$

Тогда из (3) и (1) коэффициент передачи АЗЧФ, его АЧХ и ФЧХ

$$\underline{K}_{\text{АЗЧФ}} = K_y \frac{1 - \Omega^2}{(1 - \Omega^2) + j2\Omega(2 - K_y)}; \quad (25)$$

$$K_{\text{АЗЧФ}} = K_y \frac{|1 - \Omega^2|}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + 4\Omega^2(2 - K_y)^2}}; \quad (26)$$

$$\varphi_{\text{АЗЧФ}} = -\arctg \left[\frac{2\Omega(2 - K_y)}{1 - \Omega^2} \right]. \quad (27)$$

Из (26) следует, что функция $K_{\text{АЗЧФ}}(\Omega)$ имеет минимум при $\Omega_0 = 1$, ($\omega_0 = \frac{1}{RC}$, $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$). При этом $K_{\min} = 0$. На частотах $f = 0$, ($\Omega = 0$) и $f \rightarrow \infty$ ($\Omega \rightarrow \infty$) эта функция принимает максимальные значения $K_{\max} = K_y = 1 + \frac{R_2}{R_1}$. Из (26) также следует, что для предотвращения самовозбуждения АЗЧФ должно быть $K_y < 2$.

Экспериментальные исследования RC-фильтров

Пример 1. Определим параметры RC-элементов АФНЧ рис.6, если дано $K_y = 1,5$; $f_c = 1000$ Гц.

Из выражения $K_y = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ находим $\frac{R_2}{R_1} = K_y - 1 = 0,5$. Задавшись значением $R_2 = 5$ кОм, находим $R_1 = \frac{R_2}{0,5} = 2R_2 = 10$ кОм.

Из выражения (10), определив $K_0 = \frac{(3 - K_y)^2 - 2}{2} = 0,125$, находим $\tau = RC = \frac{\sqrt{\sqrt{K_0^2 + 1} - K_0}}{2\pi f_c} = 0,149 \cdot 10^{-3}$ с.

Задавшись значением $C = 0,01 \cdot 10^{-6}$ Ф, находим $R = \frac{\tau}{C} = 14,9$ кОм.

Результаты расчета АЧХ АФНЧ приведены на рис.12.

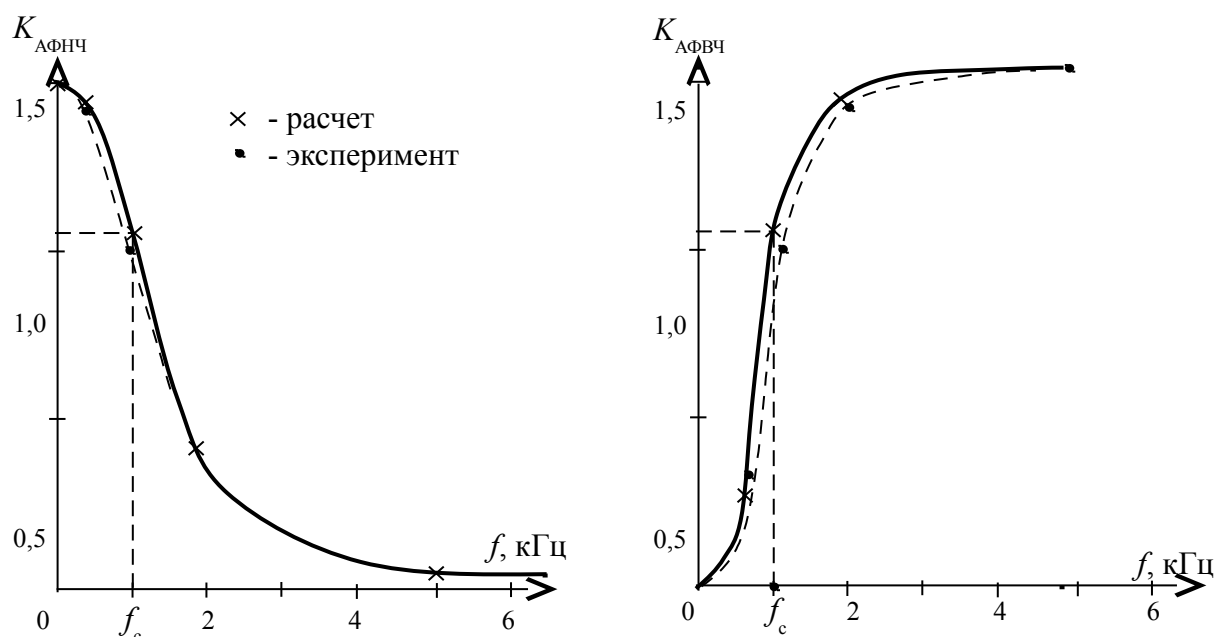


Рис.12. АЧХ активного ФНЧ

Рис. 13. АЧХ активного ФВЧ

Пример 2. Определим параметры RC -элементов АФВЧ для исходных данных по примеру 1: $K_y = 1,5$; $f_c = 1000$ Гц.

Из выражения $K_y = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ выбираем такие же значения R_1 и R_2 , что и в примере 1.

Из выражений (17) и (10) для $K_0 = 0,125$ находим $\tau = RC = 0,169 \cdot 10^{-3}$ с.

Задавшись значением $C = 0,01 \cdot 10^{-6}$ Ф, находим $R = \frac{\tau}{C} = 16,9$ кОм.

Результаты расчета АЧХ АФВЧ приведены на рис.13.

Пример 3. Определим параметры RC -элементов АПЧФ по схеме рис.7 для $f_0 = 1000$ Гц,

$K_{\max} = 15$. Тогда $K_y = 1 + \frac{R_2}{R_1} = \frac{3K_{\max}}{1 + K_{\max}} = 2,81$.

Приняв $R_1 = 4,3$ кОм, находим $R_2 = 1,81R_1 = 7,74$ кОм.

Из формулы $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ находим $\tau = RC = \frac{1}{2\pi f_0} = 0,159 \cdot 10^{-3}$ с.

Приняв $C = 0,01 \cdot 10^{-6}$ Ф, находим $R = \frac{\tau}{C} = \frac{0,159 \cdot 10^{-3}}{0,01 \cdot 10^{-6}} = 15,9$ кОм.

Результаты расчета АЧХ этого типа АПЧФ приведены на рис. 14

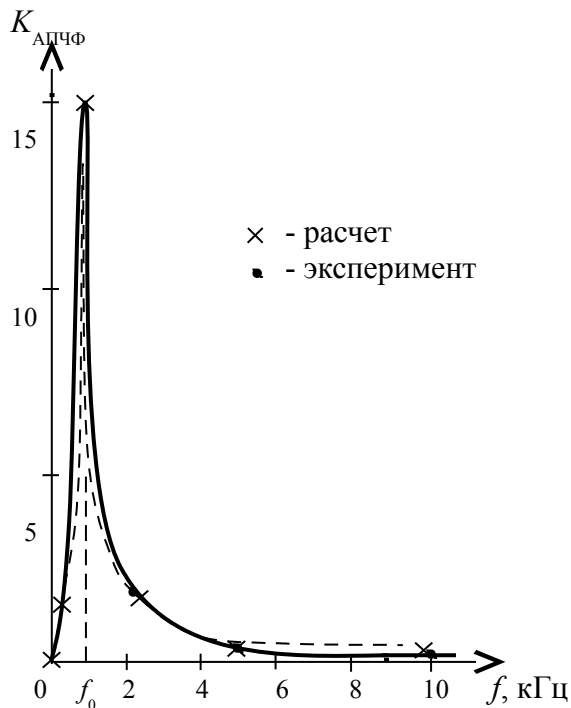


Рис.14. АЧХ АПЧФ

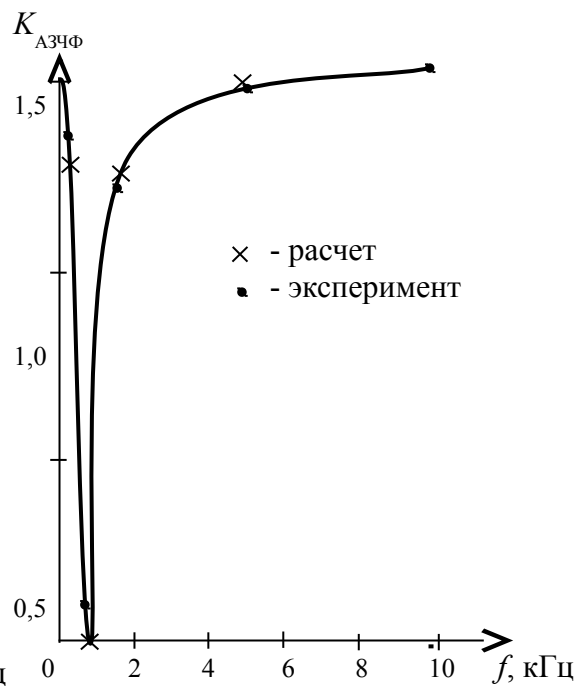


Рис.15. АЧХ АЗЧФ

Пример 4. Определим параметры RC -элементов активного заграждающего частотного фильтра по схеме рис.9 для $f_0 = 1000$ Гц, $K_{\max} = 1,5 = K_y$. Тогда, приняв $R_1 = 10$ кОм, находим $R_2 = 5$ кОм.

Из выражения $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ находим $\tau = RC = \frac{1}{2\pi f_0} = 0,149 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$

Приняв $C = 0,01 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$, находим $R = \frac{\tau}{C} = \frac{0,149 \cdot 10^{-3}}{0,01 \cdot 10^{-6}} = 14,9 \text{ кОм.}$

Таким образом, $R_1 = 10 \text{ кОм}$; $R_2 = 5 \text{ кОм}$; $C = 0,01 \text{ мкФ}$; $R = 14,9 \text{ кОм.}$

На рис.15 приведены результаты расчета АЧХ АЗЧФ.

Результаты измерений АЧХ рассчитанных фильтров приведены на рис.12÷рис.15. Видно, что АЧХ, полученные теоретически и экспериментально, совпадают хорошо. Измеренные значения f_c и f_0 близки к заданным величинам. Фазо-частотные характеристики фильтров экспериментально не измерялись.

Заключение

Таким образом, в статье получены аналитические выражения для $K(\Omega)$, $K(\Omega)$, $\varphi(\Omega)$, f_c , f_0 активных частотных фильтров. Экспериментальная проверка этих соотношений показала их хорошее совпадение с результатами измерений.

Обосновано, что для активных фильтров нижних и верхних частот величина f_c существенно зависит не только от постоянной времени пассивного фильтра $\tau = RC$, но и от коэффициента усиления K_y усилителя. Поэтому рассчитывать частоты среза следует по формуле (10) – для АФНЧ и (17) – для АФВЧ. Частные случаи этих формул используются в [3].

Следовательно, результаты данной работы могут использоваться для расчетов простых схем фильтров. В частности, они могут служить научно-методическим дополнением к учебнику [3] и использоваться как преподавателями, при углубленном изложении темы “Частотные фильтры”, так и студентами при подготовке к занятиям по указанной теме.

Литература

1. Шебес, М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей / М. Р. Шебес, М. В. Каблукова. – М. : Высш. шк., 1990. – 544 с.
2. Титце, У. Полупроводниковая схемотехника. Справочное руководство / У.Титце, К.Шенк - М.: Мир, 1983. – 512 с.
3. Чубриков, Л.Г., “Электроника и микропроцессорная техника”: Учебное пособие для студентов металлургических и машиностроительных специальностей / Л.Г. Чубриков – Гомель : ГГТУ им. П.О. Сухого, 2010. – 354 с.
4. Хоровитц, П. Искусство схемотехники : в 2т./ П. Хоровитц, У. Хилл. -М. : Мир,1983.— т. 1. – 598 с.
5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: Учебное пособие / Л. А. Бессонов [и др.]; под ред. Л.А.Бессонова.– 3-е. изд. перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1988. – 543с.

УДК 621.3(075.8)

М.П. Тиличенко, Д.В. Комнатный. Расчет характеристик и конструирование простых схем активных частотных фильтров

В статье осуществлен анализ схем простых активных RC фильтров. Выведены соотношения для амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик фильтров. Разработаны расчетные формулы для проектирования фильтров. Осуществлено экспериментальное исследование свойств фильтров. Показано хорошее согласие результатов расчетов и

измерений параметров и характеристик фильтров. Материалы статьи могут найти применение при разработке электронных устройств и в учебном процессе.